

基于应变路径非比例度的多轴疲劳寿命预测

钟 波^{1,2}, 王延荣^{1,2}, 魏大盛^{1,2}, 杨 琰^{1,2}
(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 在分析多轴疲劳几种常用非比例度定义的基础上,提出了一种非比例度定义方法,进而以 American Society of Mechanical Engineers(ASME) 规范案例中非比例加载多轴疲劳设计准则采用的应变参量作为基本损伤参量,发展了一种新的多轴疲劳寿命预测模型.结果表明:①所提出的非比例度定义可以描述任意已知轮廓的、非周期的、变幅的非比例加载路径;②与两种常用的多轴非比例加载疲劳寿命模型的预测结果对比可知,新的寿命预测模型对 14 种比例和非比例加载路径下 304 不锈钢材料的寿命预测与试验吻合更好,预测结果基本位于 2 倍分散带以内.

关 键 词: 多轴疲劳; 寿命预测; 应变路径; 非比例度; 非比例附加强化

中图分类号: V231.9 **文献标志码:** A

Multiaxial fatigue life prediction based on non-proportionality of strain path

ZHONG Bo^{1,2}, WANG Yan-rong^{1,2}, WEI Da-sheng^{1,2}, YANG Long^{1,2}
(1. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: A non-proportionality description was proposed based on the analysis of several commonly used non-proportionality in multiaxial fatigue. Furthermore, a new multiaxial low cycle fatigue life prediction model was developed by combining the newly defined non-proportionality with the strain parameter of the design criterion for non-proportional fatigue in the American Society of Mechanical Engineers (ASME) code case, which was considered as the basic damage parameter. On the basis of analytical study, conclusions can be drawn as follow: (1) the defined non-proportionality can accommodate arbitrary paths with the given contour under variable amplitude and non-periodic loadings; (2) compared with two commonly used models, the predicted multiaxial fatigue lives of 304 stainless steel under 14 strain paths using the proposed model agree better with the experimental results, which are almost within two-time scatter band of the test results.

Key words: multiaxial fatigue; life prediction; strain path; non-proportionality; non-proportional additional hardening

工程中的主要承力结构件一般处于多轴应力应变状态,特别是航空航天领域,如航空发动机中的叶片及轮盘等结构都承受着复杂的多轴载荷作用.事实上,承受单轴载荷的复杂结构件如果存在

缺口等几何形状的突变,也会导致构件在缺口等局部区域处于多轴应力应变状态.因此,研究多轴疲劳较单轴疲劳更接近工程实际,深入开展多轴疲劳研究具有重要的理论意义和工程实用价值.

多轴疲劳问题较单轴疲劳问题复杂的主要原因在于材料的多轴非比例疲劳行为.已有研究^[1-5]表明,在非比例循环加载过程中,材料的应力/应变主轴不断旋转,最大剪切面也不断旋转,使得材料的滑移面不断变化,进而导致材料并不能形成稳定的位错结构,最终导致材料产生附加强化现象.因此,研究多轴疲劳必须考虑材料的非比例附加强化效应.

Itoh 等^[2]对 304 不锈钢材料进行了在 14 种不同比例和非比例路径下的常幅低循环疲劳试验,发现由于材料的非比例附加强化,使得在相同应变范围内,材料非比例加载下的疲劳寿命低于比例加载的疲劳寿命近 10 倍;此外,大量的非比例多轴疲劳试验研究^[6-11]也表明,材料的非比例附加强化程度依赖于加载历史与路径,并且对材料的疲劳寿命产生不同程度的影响.肖林等^[3]认为,材料产生附加强化的前提条件是不同滑移系的开动.如果仅是最大切应力平面的连续旋转,但未产生新的滑移系开动,并不一定产生非比例附加强化,即加载方式的突变或连续变化是产生材料非比例附加强化的必要条件;于良等^[4]指出,对低层错能面心立方金属(如不锈钢等),材料会表现出非比例附加强化,但对高层错能材料和体心立方金属(如纯铜等)一般没有附加强化现象;Borodii 和 Shukaev^[12]也给出了类似的结论.

综上可知,材料非比例附加强化的程度不仅依赖于加载历史与路径,还取决于材料的微观结构、层错能和滑移系等微观特性.基于此,材料的非比例附加强化效应一般需要如下两个参数予以描述:

- 1) 载荷非比例度 Φ (或非比例因子 f_{np}):反映加载历史与路径对材料附加强化的影响.
- 2) 材料非比例强化系数 α :反映材料的非比例特性(对非比例附加强化的敏感程度)或材料的微观结构特性.

因而,选取适当的多轴疲劳损伤参量,可得到反映材料非比例附加强化效应的等效损伤参量通用表达式(以应变参量 $\Delta\epsilon_a$ 为例)^[13]如下:

$$\Delta\epsilon_{eq} = (1 + \alpha\Phi)\Delta\epsilon_a \quad (1)$$

本文首先简要回顾了几种常用的非比例度(或非比例因子)定义,然后提出了一种新的非比

例度定义,并在其基础上提出了一种新的多轴疲劳寿命预测模型,最后,选取工程中常用的 Itoh 模型^[2]和 Borodii 模型^[14]与本文提出的模型分别对 14 种不同比例和非比例路径下 304 不锈钢材料进行了多轴疲劳寿命预测,结果表明本文提出的模型的寿命预测明显好于其他两种常用模型,其预测结果基本位于 2 倍分散带以内.

1 材料的非比例度

对于非比例加载下的多轴疲劳,材料的疲劳特性不仅强烈依赖于非比例加载路径,还受不同材料的非比例特性(对材料非比例附加强化的敏感程度)或材料微观结构特性的影响.在描述材料附加强化效应的两个参数中,由于非比例度 Φ 可以预测非比例加载路径下材料的附加强化程度,因而是最重要的参数,也是迄今为止大量考虑材料附加强化影响的多轴疲劳寿命预测模型中最为常用的一个参数.下面简要介绍几种常见的非比例度定义.

Kanazawa 等^[1]最早提出了一个与材料的非比例附加强化效应相关的参数,即根据 Brown 和 Miller^[15-16]的研究结果,以最大剪应变平面作为临界面,考虑试样临界面上的滑移量定义了一个旋转因子 F ,并用此参数来修正材料非比例加载下循环应力-应变曲线.

随后, Fatemi 和 Socie^[17]考虑材料非比例附加强化效应提出以最大剪应变平面上的最大法向应力代替 Kandil-Brown-Miller (K-B-M) 模型^[18]中的法向应变变程而发展了一种新的多轴疲劳寿命预测模型,即 Fatemi-Socie (F-S) 模型,表达式为

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n,\max}}{\sigma_y} \right) = C \quad (2)$$

式中 $\Delta\gamma_{\max}$ 为最大剪应变幅, $\sigma_{n,\max}$ 为最大剪应变平面上的最大法向应力, σ_y 是材料的屈服应力; k 和 C 是材料常数.通常将上式括号中应力参数的比值项作为反映材料附加强化效应的非比例度.虽然 F-S 模型考虑了材料的非比例附加强化效应的影响,但上述引入应力项的临界面修正方法,在实际寿命预测时,需要一个精确的本构模型计算应力项,这对于非比例加载是十分困难的,且材料常数 k 的寿命相关性将给 k 的确定带来困难^[19].

Itoh 等^[2]给出了 20 世纪 90 年代以来最为常用的多轴非比例因子定义,计及加载历程中应变路径长度和主应变方向变化的影响,定义非比例

因子 f_{np} 为

$$f_{np} = \frac{1.57}{T\epsilon_{1,\max}} \int_0^T [|\sin \xi(t)| \epsilon_1(t)] dt \quad (3)$$

式中 $\epsilon_1(t)$ 为 t 时刻主应变绝对值的最大值, T 为加载一个循环的时间(即一个加载周期), $\epsilon_{1,\max}$ 为一个加载周期内的 $\epsilon_1(t)$ 的最大值, $\xi(t)$ 为 $\epsilon_{1,\max}$ 和 $\epsilon_1(t)$ 的夹角. 该非比例因子的定义不仅考虑了主应变方向的变化, 还考虑了应变路径的长度, 因而是迄今为止使用较为广泛的一种方法; 然而该方法仅可用于周期的非比例加载路径, 不能用于非周期的、变幅的非比例加载.

Borodii 等^[14] 定义非比例度 Φ 为

$$\Phi = \left(\left| \oint_{L'} \mathbf{e} \cdot d\mathbf{e} \right| / \left| \oint_{L_0} \mathbf{e} \cdot d\mathbf{e} \right| \right)^r \quad (4)$$

式中 $\mathbf{e}, d\mathbf{e}$ 分别为应变向量、应变增量向量; L' 为任意非比例应变路径 L 的等效凸路径; L_0 为任意非比例应变路径 L 的最大圆路径, 可由如下参数方程确定:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_m \sin \omega t \\ \gamma/\sqrt{3} &= \lambda \epsilon_m \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (5)$$

式中 ϵ, γ 分别为应变向量的轴向分量、剪切分量; ϵ_m 为路径 L 下的最大应变幅; $\lambda = 1, \varphi = 90^\circ$; t 为时间; 指数 r 的表达式为

$$r = \left(1 - \left| \oint_L \mathbf{e} \cdot d\mathbf{e} \right| / \left| \oint_{L_0} \mathbf{e} \cdot d\mathbf{e} \right| \right) \frac{l}{4\Delta\epsilon_m} \quad (6)$$

式中 $\Delta\epsilon_m$ 为路径 L 下的最大应变范围, l 为 L 的长度, 其表达式为

$$l = \oint_L dl \quad (7)$$

此外 McDowell, Ellyin, Chen 等^[20-22]、何国求等^[5]、于海生、陈家权等^[23-24] 分别从不同角度定义了非比例度.

上述非比例度定义有些只能描述少量应变路径(如 McDowell 定义), 有些以微观角度定义的则不适合工程应用(如何国求等^[5] 的定义). 为此, 本文提出一种新的非比例度定义, 可以描述任意已知轮廓的、非周期的、变幅的非比例加载路径, 具体如下文所述.

2 新的非比例度的定义

由前文可知, 非比例加载下, 考虑非比例附加强化效应对材料多轴疲劳损伤的影响时, 可由 3 个主要参数予以描述, 即: 载荷非比例度 Φ 、材料非比例强化系数 α 以及多轴疲劳损伤参量. 而在考虑参数 Φ 时, 如果非比例加载路径偏离同相位比例加载路径越远, 则材料的非比例附加强化程

度越大; 且在不同非比例加载路径的最大应变幅相等时, 等效凸路径围成的区域越大, 非比例附加强化程度越大.

基于 Itoh 定义和 Borodii 定义各自的优点, 非比例度的相关定义可参考图 1. 对任意非比例应变加载路径 L (图中细实线), 定义其等效凸路径 L' 为 L 的包迹线(图中虚线), 该路径下的最大圆路径 L_0 (图中的圆) 由参数方程(5)确定. 设定同相位比例加载路径为 x 轴, 反相位比例加载路径为 y 轴, 考虑等效凸路径 L' 所围成的区域 S' 内任一点对其局部区域的影响, 假设其对材料非比例附加强化的贡献为 $y^2 dS'$, 对区域 S' 积分则有

$$I' = \int_{S'} y^2 dS' \quad (8)$$

式中 y 表示 S' 内任一点到 x 轴的距离, I' 即为等效凸路径 L' 对 x 轴的惯性矩. 考虑到最大的非比例附加强化加载路径为圆路径 L_0 , 最大圆路径 L_0 对 x 轴的惯性矩 I_0 为

$$I_0 = \int_{S_0} y^2 dS_0 \quad (9)$$

归一化后可得 Φ' 为

$$\Phi' = I'/I_0 \quad (10)$$

为区分加载路径不同但是等效凸路径相同的情况, 引入参数 h , 得到非比例度的定义为

$$\Phi = (I'/I_0)^h \quad (11)$$

式中指数 h 定义参考 Borodii 模型^[12] 为

$$h = \left(1 - \frac{S}{S_0} \right) \cdot \frac{L_{\text{cyc}}}{4\Delta r_{\text{max}}} \quad (12)$$

式中 Δr_{max} 为路径 L 下的最大应变范围, S 为 L 围成的面积, S_0 为 L_0 围成的面积, L_{cyc} 为 L 的长度, 其表达式见式(7).

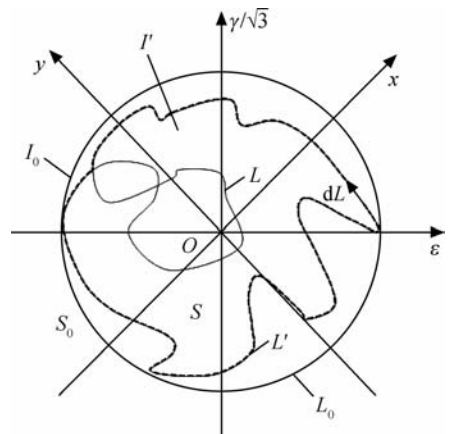


图 1 任意路径及其包迹线示意图

Fig. 1 Schematic representation of an arbitrary path and the enveloped line

特别地,对任意线性循环路径 L (如图 2 所示的十字形路径),由其围成的面积 S 为 0,此时式 (12) 中括号内表达式恒为 1.

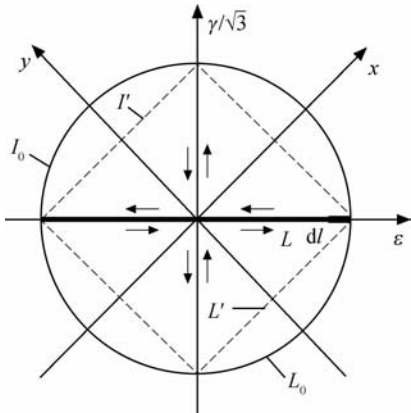


图 2 十字形路径及其包迹线示意图
Fig. 2 Schematic representation of the cross path and enveloped line

3 多轴疲劳寿命预测模型

多轴疲劳的损伤参量选择文献[25]中采用的 ASME code case (2004) 非比例加载多轴疲劳设计准则中的应变参量,即 $\Delta\epsilon_{ASME}$ (也称为 ASME 应变范围).这是由于该损伤参量在任意复杂非比例加载下都易于求得,便于工程实际应用.其表达式为

$$\Delta\epsilon_{ASME} = \max \left[(\epsilon_A - \epsilon_B)^2 + \frac{1}{3} (\gamma_A - \gamma_B)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{13}$$

式中 ϵ_A, ϵ_B 分别为非比例加载历程中任意 A, B 时刻的轴向应变; γ_A, γ_B 为其切应变.由图 1 和图 2 可知, $\Delta\epsilon_{ASME}$ 为等效凸路径 L' 所围成的区域的最大弦长.

由此,可定义非比例路径下的等效应变为

$$\Delta\epsilon_{eq} = (1 + \alpha\Phi)\Delta\epsilon_{ASME} \tag{14}$$

式中 α 为材料的非比例强化系数,由材料 90° 非比例加载与同相位比例加载的应力幅之比确定.对于不同材料, α 的取值不同.如 304 不锈钢材料 $\alpha=0.9$,铝合金材料 $\alpha=0$ [2].

最后,基于单轴拉压低循环疲劳公式,给出基于应变路径非比例度的多轴疲劳寿命预测模型为

$$\frac{\Delta\epsilon_{eq}}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \tag{15}$$

式中 σ'_f, ϵ'_f 分别为材料单轴疲劳的强度系数和延性系数; b, c 分别为单轴疲劳的强度指数、延性指数; E 为弹性模量.

4 多轴疲劳寿命预测模型的对比

选用文献[2]中的 14 种不同比例和非比例路径下 304 不锈钢材料的多轴疲劳试验数据,14 种路径如图 3 所示.对图中的 14 种不同路径,采用 3 种不同非比例度(或非比例因子)的计算结果见表 1.

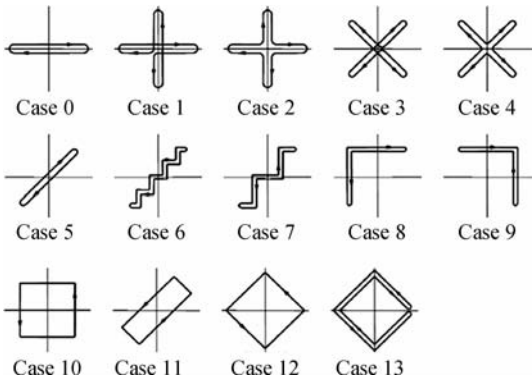


图 3 比例和非比例加载路径 [2]
Fig. 3 Proportional and nonproportional loading paths [2]

表 1 不同非比例度的计算结果
Table 1 Calculation results of different non-proportionalities

应变路径	非比例度(非比例因子)		
	文献[2]	文献[14]	本文
Case 0	0	0	0
Case 1	0.34	0.64	0.4244
Case 2	0.34	0.64	0.4244
Case 3	0.39	0.64	0.4244
Case 4	0.39	0.64	0.4244
Case 5	0	0	0
Case 6	0.10	0.25	0.0153
Case 7	0.20	0.36	0.0551
Case 8	0.77	0.44	0.3342
Case 9	0.77	0.44	0.3342
Case 10	0.77	0.89	0.8024
Case 11	0.46	0.69	0.3122
Case 12	0.77	0.89	0.8024
Case 13	0.77	0.89	0.8024

需要说明的是,304 不锈钢材料的单轴疲劳性能参数取自文献[26],见表 2. 本文选择工程上常用的 Itoh 模型 [2] 和 Borodii 模型 [14] 作为对比,

Itoh 模型^[2]、Borodii 模型^[14] 和本文所提出模型的寿命预测结果分别如图 4~图 6 所示。

表 2 材料的疲劳性能参数^[26]

Table 2 Fatigue properties of the material ^[26]				
σ'_f /MPa	ϵ'_f	b	c	E /MPa
807.824	0.04635	-0.09763	-0.3172	183000

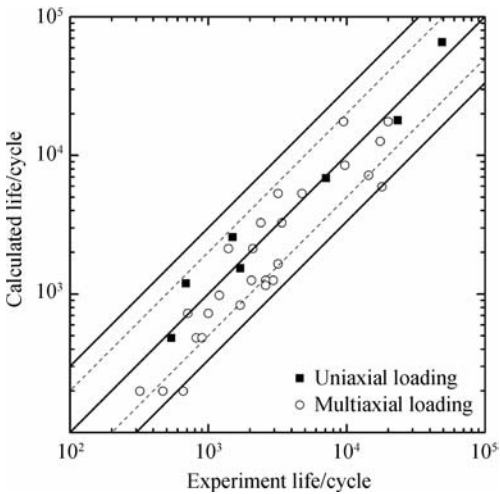


图 4 Itoh 模型^[2] 寿命预测

Fig. 4 Fatigue life predictions by Itoh model^[2]

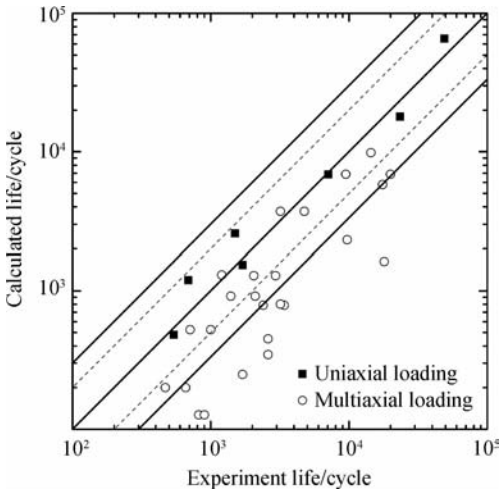


图 5 Borodii 模型^[14] 寿命预测

Fig. 5 Fatigue life predictions by Borodii model^[14]

由图 4~图 6 可以看出,Itoh 模型对非比例加载低循环疲劳寿命的预测结果大多位于 3 倍分散带以内;Borodii 模型的预测结果误差较大,且预测结果过于保守;本文模型预测结果则大部分位于 2 倍分散带以内,只有少量数据点出现在 2 倍分散带以外。

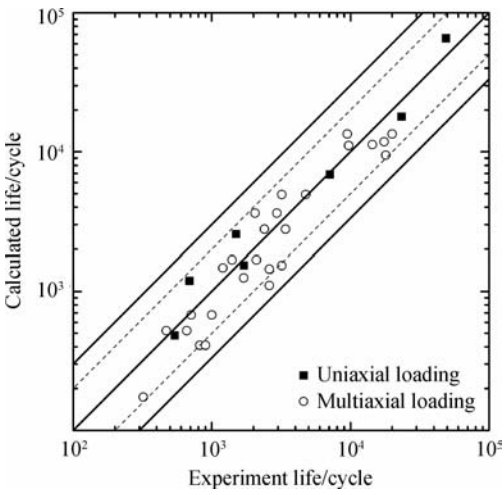


图 6 本文所提出模型的寿命预测

Fig. 6 Fatigue life predictions by the model presented in this paper

5 结 论

由上述寿命模型研究和预测结果对比分析可以得到以下结论:

1) 本文提出的一种非比例度定义可以描述任意已知轮廓的、非周期的、变幅的非比例加载路径,适合工程应用。

2) 基于所定义的应变路径非比例度提出了一种新的多轴疲劳寿命预测模型,该模型不仅适用于常幅非比例加载多轴疲劳,也适用于变幅非比例加载多轴疲劳。

3) 与工程中常用的 Itoh 模型和 Borodii 模型相比,所提出的寿命模型对 304 不锈钢材料的预测更好,结果基本位于 2 倍分散带以内。

参考文献:

[1] Kanazawa K, Miller K, Brown M. Cyclic deformation of 1% Cr-Mo-V steel under out-of-phase loads[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1979,2(2):217-228.

[2] Itoh T, Sakane M, Socie D F, et al. Nonproportional low cycle fatigue criterion for type 304 stainless steel[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1995, 117 (3):285-292.

[3] 肖林,白菊丽. Zr-4 合金双轴疲劳行为及其微观变形机理: I 双轴疲劳变形行为[J]. 金属学报,2000,36(9):913-918.

XIAO Lin, BAI Juli. Biaxial fatigue behavior and microscopic deformation mechanism of zircaloy-4: I biaxial fatigue deformation behavior of zircaloy-4. [J]. Acta Metallurgica Sinica,2000,36(9):913-918. (in Chinese)

[4] 于良,白菊丽,肖林. Zr-4 合金双轴加载中的非比例附加软

- 化与附加强化[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(3): 299-302.
- YU Liang, BAI Juli, XIAO Lin. Additional softening and strengthening behavior of hydrided Zr-4 under biaxial out-of-phase loading[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2004, 38(3): 299-302. (in Chinese)
- [5] 何国求, 陈成澍, 高庆, 等. 基于微结构分析定义应变路径非比例度[J]. 金属学报, 2003, 39(7): 715-720.
- HE Guoqi, CHEN Chengshu, GAO Qing, et al. Definition of non-proportionality of strain path based on microstructures analysis[J]. Acta Metallurgica Sinica, 2003, 39(7): 715-720. (in Chinese)
- [6] Socie D F. Multiaxial fatigue damage models[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1987, 109(4): 293-298.
- [7] 何国求, 陈成澍, 高庆, 等. 不锈钢多轴非比例加载低周疲劳的研究[J]. 机械工程学报, 1999, 35(1): 47-50.
- HE Guoqi, CHEN Chengshu, GAO Qing, et al. Study on multiaxial low cycle fatigue under nonproportional loading of 316L stainless steel[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1999, 35(1): 47-50. (in Chinese)
- [8] Chen X, Xu S, Huang D. A critical plane-strain energy density criterion for multiaxial low-cycle fatigue life under non-proportional loading[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1999, 22(8): 679-686.
- [9] SHANG Deguang, SUN Guoqin, DENG Jing, et al. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction for medium-carbon steel based on the critical plane approach[J]. International Journal of Fatigue, 2007, 29(12): 2200-2207.
- [10] 莫德锋, 何国球, 朱正宇, 等. 非比例载荷下 Al-7Si-0.3Mg 合金的循环特性及微观机理[J]. 金属学报, 2009, 45(7): 861-865.
- MO Defeng, HE Guoqi, ZHU Zhengyu, et al. Fatigue features and mechanism of Al-7Si-0.3Mg cast alloy under nonproportional loadings [J]. Acta Metallurgica Sinica, 2009, 45(7): 861-865. (in Chinese)
- [11] WU Zhirong, HU Xuteng, SONG Yingdong. Multiaxial fatigue life prediction for titanium alloy TC4 under proportional and nonproportional loading[J]. International Journal of Fatigue, 2014, 59(1): 170-175.
- [12] Borodii M, Shukaev S. Additional cyclic strain hardening and its relation to material structure, mechanical characteristics, and lifetime[J]. International Journal of Fatigue, 2007, 29(6): 1184-1191.
- [13] Liu Y, Mahadevan S. Strain-based multiaxial fatigue damage modelling[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 2005, 28(12): 1177-1189.
- [14] Borodii M, Strizhalo V. Analysis of the experimental data on a low cycle fatigue under nonproportional straining[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(4): 275-282.
- [15] Miller K J, Brown M W. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1973, 187(1): 745-755.
- [16] Brown M W, Miller K J. Biaxial cyclic deformation behaviour of steels[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1979, 2(1): 93-106.
- [17] Fatemi A, Socie D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1988, 11(3): 149-165.
- [18] Kandil F A, Brown M W, Miller K J. Biaxial low-cycle fatigue fracture of 316 stainless steel at elevated temperatures[M]. London: the Metals Society, 1982.
- [19] 陈旭, 许爽燕. 多轴低周疲劳研究现状[J]. 压力容器, 1997, 14(3): 238-241.
- CHEN Xu, XU Shuangyan. Recent developments of multiaxial low cycle fatigue failure prediction [J]. Pressure Vessel, 1997, 14(3): 238-241. (in Chinese)
- [20] McDowell D. An experimental study of the structure of constitutive equations for nonproportional cyclic plasticity [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1985, 107(4): 307-315.
- [21] Ellyin F, Xia Z. A general fatigue theory and its application to out-of-phase cyclic loading[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1993, 115(4): 411-416.
- [22] Chen X, Gao Q, Sun X F. Low-cycle fatigue under non-proportional loading[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1996, 19(7): 839-854.
- [23] 于海生, 舒卡耶夫 谢·尼, 王兴国, 等. 一种多轴非比例载荷低周疲劳寿命预测方法[J]. 机械强度, 2004, 26(1): 250-253.
- YU Haisheng, Shukayev S N, WANG Xingguo, et al. Life prediction method for multiaxial non-proportional loadings [J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(1): 250-253. (in Chinese)
- [24] 陈家权, 陈国军, 温洁明. 考虑应变路径的多轴低周疲劳寿命预测模型[J]. 工程力学, 2012, 29(4): 84-89.
- CHEN Jiaquan, CHEN Guojun, WEN Jieming. Multi-axial low cycle fatigue life prediction model based on strain path [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(4): 84-89. (in Chinese)
- [25] Itoh T, Yang T. Material dependence of multiaxial low cycle fatigue lives under non-proportional loading[J]. International Journal of Fatigue, 2011, 33(8): 1025-1031.
- [26] 陈旭, 安柯, 齐荣, 等. 非比例载荷下 304 不锈钢低周疲劳寿命预测[J]. 机械强度, 2001, 23(3): 316-318.
- CHEN Xu, AN Ke, QI Rong, et al. Low cycle fatigue life prediction for 304 stainless steel under nonproportional loadings[J]. Journal of Mechanical Strength, 2001, 23(3): 316-318. (in Chinese)